Санкт-Петербургский Государственный

Электротехнический Университет

Кафедра МОЭВМ

## Отчет по лабораторной работе № 2

«Симплексный метод»

Выполнил: Голубков А.М.

Группа: 9381

Факультет: КТИ

Проверил:

Санкт-Петербург

2012 г.

1. **Формулировка:**

Дана целевая функция и ограничения:

Нужно минимизировать целевую функцию.

1. **Постановка задачи**

Найти минимум линейной функции *ƒ n* аргументов:

ƒ = c1x1 + c2x2 + ... + cnxn,

где Сi - постоянные коэффициенты,  
на множестве, заданном набором линейных ограничений:

α11*x1 + α12x2 + ... + α1nxn ≥ B1*

*...*

*αm1x1 + αm2x2 + ... + αmnxn ≥ Bm*

*x1 ≥ 0, ..., xn ≥ 0,*

где αij, *Bi* - постоянные коэффициенты.

Пусть А =  - *m\*n -* матрица, а

 - векторы,

тогда ограничения записываются следующим образом:



где неравенства понимаются покоординатно.

Целевая функция *ƒ* может быть представлена в виде скалярного

произведения *ƒ = (C, X).*

Оптимальной точкой задачи линейного программирования называет­ся такая точка*X\****,** *что  и (C, X\*) ≤ (C, X)* для всех .

Известно, что среди оптимальных точек содержится хотя бы одна крайняя точка *X*.

1. **Описание метода**

Симплексный метод решения задач линейного программирования состоит из двух этапов:

1) поиск крайней точки допустимого множества,

2) поиск оптимальной точки путём направленного перебора край­них точек.

Преобразуем ограничения *Ax ≥ B* к виду *Y = Ax – B ≥ 0*

Графический способ решения задачи симплексным методом связан

с таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *X1* | *X2* | *...* | *Xn* | *B* |
| *Y1* | *α11* | *α12* | *...* | *α1n* | *B1* |
| *Y2* | *α21* | *α22* | *...* | *α2n* | *B2* |
| *...* | *...* | *...* | *...* | *...* | *...* |
| *Ym* | αm1 | αm2 | *...* | *αmn* | *Bm* |
|  | *C1* | *C2* | *...* | *Cn* | *ƒ(X)* |

Крайняя точка найдена, если все элементы вектора-столбца *В* боль-  
ше нуля. Крайняя точка не существует, если в таблице существует строка, все элементы которой неположительны, а последний элемент - отрицательный.

Чтобы найти крайнюю точку надо:

1) выбрать строку *i*, в которой *В[i]* < О;

2) выбрать столбец *S*, в котором *A[i, S] ≥ 0;*

3) в столбце *S* задать номер строки *r* разрешающего элемента так, чтобы отрицательное отношение *B[r]/A[r, S]* было максималь-ным.

4) поменять местами имена координат в таблице из строки *r* и столбца *S*.

5) рассматривая элемент *A[r, S]* как разрешающий, необходимо преобразовать таблицу по формулам

*ARS := A[r, s];*

*Z1[r, S] := 1 / ARS;*

*Z1[r, j] := -Z[r, j] / ARS, j ≠ S;*

*Z1[i, S] := Z[i, S] / ARS, i ≠ r;*

*Z1[i, j] := (Z[i, j] \* ARS – Z[i, S] \* Z[r, j]) / ARS,*

*i ≠ r, j ≠ S;*

*Z := Z1,*

где под *Z* и *Z1* понимается соответственно первоначальное и пре­образованное значение таблицы (кроме левого столбца и верхней строки).

Оптимальная, точка найдена, если все элементы вектор-строки  
*С ≥ О* (при этом все элементы вектор-столбца *B ≥ 0)*.

Оптимальная точка не существует, если в таблице есть стол­-  
бец *j*, в котором *С[j] < 0,* а все *A[i, j] > 0* при .

Чтобы найти оптимальную точку, надо:

1) выбрать столбец *S*, в котором *C[S] < 0;*

2) в столбце *S* задать номер строки *r* разрешающего элемен-  
­та так, чтобы отрицательное отношение *B[r] / A[r, S]* было макси­мальным.

3) поменять местами в таблице имена координат из строки *r*и столбца *S*.

4) преобразовать таблицу по формулам (3.1).

Координаты оптимальной точки определяются следующим образом:

1) если *X[j]* находится на *i* -м месте левого столбца, то его значение равно *B[i];*

2) если *X[i]* находится на *j* -м месте верхней строки, то его значение равно 0.

1. **Графический метод**

***//*** *Тут нет, надо рисовать на листочке.*

1. **Аналитический метод:**

*Шаг 1:*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | B |
|  | 1 | -1 | -2 |
|  | 3 | 2 | -6 |
| c | -1 | 0 | 0 |

Крайняя точка существует, так как в таблице не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент - отрицательный.

Крайняя точка не найдена, так как не все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j, в котором

c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

Возможен только один вариант выбора столбца s, в котором c[s] < 0.

c[1] = -1. Следовательно, S = 1.

Выбираем номер строки r таким образом, чтобы было выполнено: 

Max (2, 2) = 2.

Следовательно, r = 1 или r = 2, выбираем r = 1.

Шаг 2, вариант 1 (r = 1):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | b |
|  | 1 | 1 | 2 |
|  | 3 | 5 | 0 |
| c | -1 | -1 | -2 |

Крайняя точка существует, т.к. не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент – отрицательный.

Крайняя точка найдена, так как все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j = 1 или j = 2, в котором c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

Шаг 2, вариант 2 (r = 2):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | b |
|  | 0.33 | -1.67 | 0 |
|  | 0.33 | -0.67 | 2 |
| c | -0.33 | 0.67 | -2 |

Крайняя точка существует, т.к. не существует строки, все элементы которой неположительные, а последний элемент – отрицательный.

Крайняя точка найдена, так как все коэффициенты b>0.

Оптимальная точка не существует, так как в таблице есть столбец j = 1, в котором c[j] < 0, а все a[i,j]>0 при любом i.

**Вывод:**

Был изучен симплексный метод для задач линейного программирования. Для заданной линейной функции в заданных ограничениях не было найдено оптимальной точки.